

전류차폐막이 있는 전해조의 전류밀도분포

오 화 동 · 전 상 현 · 강 탁

서울대학교 재료공학부

The Distribution of Cathodic Currents in the Cells With the Insulator screen

H. D. Oh, S. H. Jeon and T. Kang

School of Materials Science and Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-742

The current distribution on the cathode in electrolysis cells with the anodes of various dimensions has been calculated using the 2-dimensional boundary element method. The calculated results were compared with the current densities determined from the thickness of Cu coating on the cathodes in cupric sulfate bath. When the anode was brought far from the cathode the current distribution on the cathode remained independent of the size of the anode but could be controlled by the presence of the insulating screens between the two electrodes. The size of the opening in the screen and the gap between the cathode and the screen played important roles in distributing cathodic currents. And also the thickness of the screen was found to affect the current distribution to some extent.

1. 서 론

전기방식을 할 때는 흐르는 전류가 피방식체인 음극에 고르게 분포되도록 하는 것이 이상적이다. 그러나 실제로는 음극과 양극의 형태와 크기가 달라 균일한 전류분포를 얻는 것이 불가능하다. 일반적으로 전기분해를 할 때 전류의 분포에 영향을 주는 인자들은 전해조 및 전극의 형태와 같은 기하학적 요소, 용액의 특성, 전기화학반응의 속도에 관련된 분극과전압과 반응이온의 농도 분포에 따른 농도과전압 등을 들 수 있다. 전류분포를 수학적으로 모델링하는 경우에 기하학적 요소와 용액전도도 등을 고려하는 경우를 1차 전류밀도분포라고 하며, 전극반응의

를 2차 전류밀도분포라고 하고, 물질 전달에 따른 농도과전압까지 고려한 경우를 3차 전류밀도분포라고 한다.¹⁾ 전류분포를 계산할 때, 회전원판전극과 같은 특수한 경우를 제외하고는 확산층 내의 물질 전달을 수학적으로 모델링하기 어려우므로 농도과전압을 무시한 2차 전류밀도분포를 다루는 경우가 많다. 이 경우에도 전해조의 기하학적 형태가 복잡해지고 전극의 경계 조건으로 비선형 식이 들어가게 되면 해석해를 구하는 것이 불가능해지므로 수치 해석적 방법을 통해서 전류밀도분포와 포텐셜 분포를 얻어야 한다. 전해조 안의 전위장 문제를 접근하는 수치 해석적 방법으로는 유한요소법(Finite Element Methods),²⁾ 유한차분법(Finite Difference Methods),³⁾ 경계요소법(Boundary Element

Methods)^{4,5)} 등이 있다. 이중 경계요소법은 관심 대상의 경계만을 차분화하여 포텐셜과 전류밀도를 계산하므로, 전기방식이나 전기도금조의 전류밀도 계산에 효과적인 방법이라고 할 수 있다.

한정된 크기의 피방식체를 전기방식할 때 양극의 크기와 위치를 적절히 선택한다면 상당히 균일한 전류분포를 얻을 수 있을 것이며 또한 양극의 크기와 위치의 조절이 곤란한 경우에는 음극면 앞에 적절한 전류차폐막을 설치함으로써 양극의 크기와 위치를 조절한 것과 비슷한 효과를 얻을 수 있을 것이다. 이러한 기하학적 인자들의 영향을 실험을 통해서 확인하려면 많은 노력과 시간이 필요하므로 이 연구에서는 2차원 경계요소법을 도입하여 음극 전류의 분포를 계산한 후 이를 실험결과와 비교하여 보았다. 전기분해를 하면서 전극의 표면에서 위치에 따른 전류밀도를 측정하기에는 어려움이 많으므로, 이 연구에서는 황산동 용액에서 전해를 하면서 음극에 석출되는 도금 층의 두께를 직접 측정하고 이로부터 음극면 위의 위치에 따른 전류밀도를 알아내어 계산 값과 비교하였다. 이때는 전해액의 전도도와 전극반응들이 전기방식에서와 달라지므로 계산에 필요한 특성치들을 도금조에서의 값들로 사용하였다. 따라서 이 연구의 결과가 전기방식에 그대로 적용되지는 않겠으나, 우선 전류분포 계산법의 타당성을 확인할 수 있었고 양극 형태에 따른 전류밀도 분포의 변화 경향을 제시할 수 있었다.

2. 계산방법

전기분해 시의 전류밀도분포를 구하는데 있어 농도 과전압을 무시할 수 있다면 전해조 내의 전위 분포는 다음의 라플라스방정식을 따른다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

그리고 전극계면에서의 전류밀도는 다음의

Ohm의 법칙을 만족한다.

$$i = -\kappa \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (2)$$

이 식에서 κ 는 용액의 전기전도도, ϕ 는 포텐셜, n 은 경계면에 수직하는 단위벡터이다.

따라서 전해조 내에서 위의 미분방정식을 만족시키는 해를 구하면 음극표면에서의 전류밀도 분포를 얻을 수 있다. 이 라플라스방정식을 풀기 위해 선형요소 경계요소법을 도입하였다. 경계요소법은 계산 영역 전체를 차분화하여 계산하는 것이 아니라 영역의 경계만을 차분화하여 전위와 전류밀도를 계산하므로 다른 계산 방법에 비하여 효율성이 높은 계산 방법이라고 할 수 있다.

이 연구에서는 선형 요소를 사용하여 경계를 90개의 절점으로 이산화 하였으며 그때 각 절점에서 그 절점의 다음 절점 방향 요소로의 플럭스, 직전 방향 요소로의 플럭스는 알고 있는 값이 되고 절점에서의 포텐셜을 미지수로 하여 라플라스식을 풀게 된다.⁵⁾ 경계요소법에서의 초기 경계조건으로서 전극 면에서의 플럭스는 전극면 전체에 걸쳐 평균전류밀도를 전도도로 나눈 값을 사용하고, 도금조 벽면을 따라서는 플럭스 값이 0이라고 놓는다. 가운데 대칭선에서는 대칭선을 통한 전류의 유입과 유출이 없으므로 역시 플럭스 값을 0으로 한다. 이 경계조건으로 경계요소법을 사용하면 경계상의 각 절점에서의 포텐셜을 구할 수 있다. Fig. 1에 보인 분극곡선의 데이터를 이용하여 이 포텐셜에서 새로운 전류밀도를 구하고 다시 이 전류밀도를 만족하는 포텐셜을 구해 나가는 반복순환법을 사용하여 전류밀도의 변화가 전 음극 면에서 0.1% 이내로 안정되면 수렴하였다고 판단하고 이 전류밀도를 최종해로 얻는다.⁶⁾ 전류차폐막이 있는 도금조를 모사하기 위해 사용한 경계와 계산에 쓰인 용어를 Fig. 2에 나타내었다.

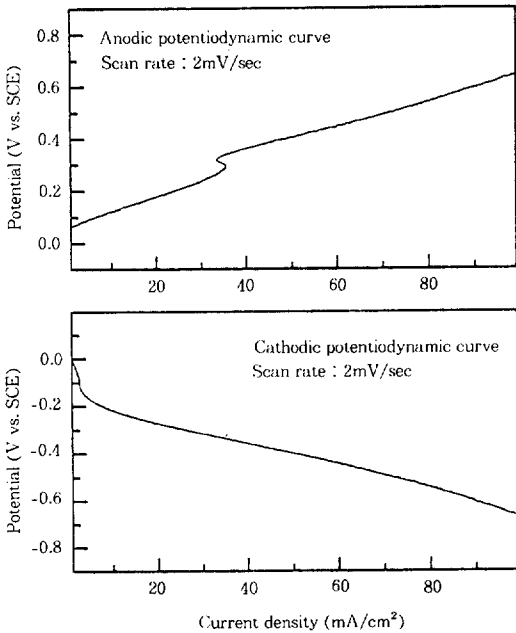


Fig. 1. Anodic and cathodic potentiodynamic curve of copper electrode in acid-sulfate bath.

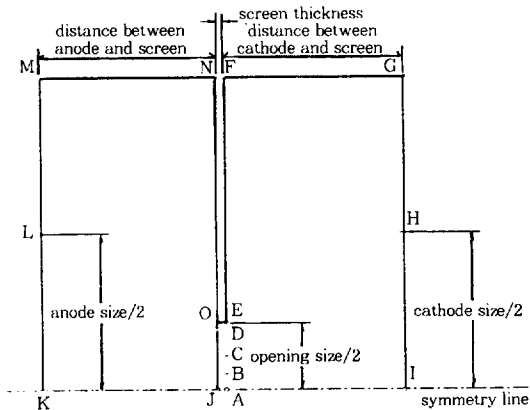


Fig. 2. 2-dimensional boundary used in the BEM calculation.

3. 실험 방법

이 연구에서는 음극 면의 전류밀도를 측정하는 방법으로 직접 구리도금을 시행한 후 전해식 두께 측정기(Kocour사의 Model 6000)로 두께를 측정하여 그 두께를 전류밀도로 환산하는 방법

Table 1. Solution composition for copper electroplating

Cupric Sulfate(CuSO ₄ ·5H ₂ O)	9ml/l
Sulfuric Acid(H ₂ SO ₄)	200g/l
Sodium Chloride(NaCl)	0.1g/l
Cuprasol(Initial)	1.6ml/l
Cuprasol(Maintenance)	0.8ml/l

을 채택하였다. 사용한 음극은 0.1mm두께의 동박인데 전해식으로 도금두께를 재기 위해 동박 표면에 니켈을 4 μ m도금한 후 구리도금을 하였다. 도금에 사용된 용액의 조성은 Table 1과 같다. 전해액의 전기전도도는 90mS/cm가 되도록 황산을 써서 조절하였고, 평활한 도금면을 얻기 위해 cuprasol을 첨가제로 사용하였다. 12×12×10cm 크기의 아크릴로 만든 욕면체의 전해조에서 양극과 음극을 아래위로 마주보게 배치하여 전해를 하였는데, 양극생성물이 도금 층을 오염시키는 것을 방지하기 위하여 음극을 위에, 양극을 아래에 놓았다. 음극은 5×5cm의 사각형이었고 양극의 크기와 위치를 달리 해 가며 도금을 하였다. 도금두께는 음극의 중심으로부터 중앙선을 따라 가장자리로 가면서, 또는 대각선을 따라 모서리 쪽으로 이동해 가면서 측정하는데, 일회 측정시의 측정면적은 0.03cm²이었다. 전류차폐막을 양극과 음극 사이에 설치하는 경우에 스크린과 전해조의 옆벽 사이에 틈이 있으면 그 부분으로 전류가 흘러 차폐막의 효과가 저하되므로 Fig. 3과 같이 차폐막을 경계로 하여 양극이 담기는 아래 부분의 수조와 음극이 담기는 위 부분의 수조가 완전히 분리될 수 있는 형태의 도금조를 제작하여 도금하였다. 구리 도금은 10mA/cm²의 전류밀도로 20분 동안 하였고 구리 도금의 전류효율을 100%로 보면 전류밀도는 도금층 두께에서 아래 식으로 얻어진다.

$$i \text{ (mA/cm}^2\text{)} = 45.2 \times \text{thickness}(\mu\text{m}) / \text{time}(\text{min}) \quad (3)$$

한편 계산에 필요한 전극반응의 분극저항을

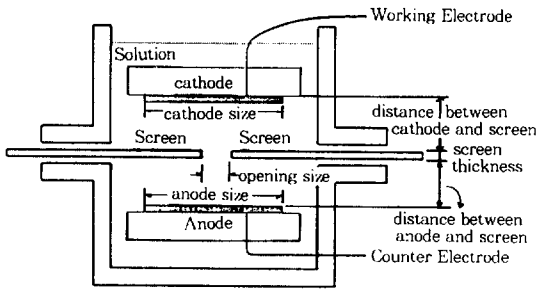


Fig. 3. Schematic cross section of the cell used in the experiments.

알기 위해서는 도금할 때의 전류밀도 근처인 5-20mA/cm²에서 구한 동전위분극곡선의 수치 데이터를 직접 입력하여 사용하였다.

4. 계산 및 실험 결과

4.1 계산 결과

동일한 크기의 양극과 음극이 평행판의 형태로 마주 보고 있는 형태의 도금조에서는 전극의 가장자리 부분에 전류가 집중되는 까닭에 항상 음극의 가장자리 부위가 중심 부위보다 도금층 두께가 더 두꺼워지게 된다. 이 현상을 완화시킬 수 있는 한가지 방안으로서 양극의 크기를 줄이는 것을 생각할 수 있다. Fig. 4는 전극간 거리와 양극의 크기를 달리 할 때 음극상의 전류밀도를 계산해 본 결과를 보여주고 있다. 이 그림들에서 횡축은 음극의 중심으로부터 한쪽 가장자리까지의 거리를 나타내며 그림 안에 표시한 양극의 크기는 실제크기의 반을 표시하였다. Fig. 4의 a)는 전극간 거리를 2cm로 고정하였을 때 양극의 크기에 따른 음극 면의 전류밀도분포를 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 양극이 작아짐에 따라 음극 가장자리로 흐르는 전류는 크게 감소하는 대신에 음극의 중심부로 전류가 집중되어 중심부에서는 평균전류밀도보다 큰 전류가 흐르게 된다. 이러한 전극크기의 영향은 음극과 양극의 전극거리에 따라 달라져서 Fig. 4

b)에서 보듯이 전극간 거리가 가까워지면 중심 부로의 전류집중이 더 심해지고 거리가 멀어지면 완화되어 Fig. 4 d)에서 보는 것처럼 전극거리가 4cm 이상이 되면 양극크기가 음극 면의 전류밀도분포에 거의 영향을 미치지 않아 양극의 크기를 작게 하더라도 가장자리의 전류밀도가 높아짐을 알 수 있다. 양극의 크기와 위치를 여러 가지로 변화시켜 계산해 본 결과 전극 사이의 거리가 1.8에서 2.8cm 사이, 즉 음극크기의 36~56%에 해당하는 거리만큼 떨어져 있을 때는 양극의 크기를 조절함으로써 중심부는 다소 두껍게 도금이 되더라도 전체적인 균일성을 늘릴 수는 있었다.

극간 거리가 4cm 이상 될 때, 즉 양극이 음극 크기의 80% 이상 되는 거리만큼 떨어져 있게 되면 양극크기에 따른 전류분포의 차이가 크지 않아 작은 양극을 사용하더라도 가장자리 쪽으로 전류가 집중된다. 이런 경우에는 전류차폐막을 설치하여 음극 면의 전류밀도분포를 조절할 수 있을 것이다. 즉 전해조 내에 양극과 음극 사이에 절연스크린을 설치하고 스크린의 중앙부에만 전류가 흐를 수 있는 구멍을 내면 음극의 가장자리로 집중되는 현상을 완화시킬 수 있을 것이다. 이때는 스크린 개구부의 크기와 스크린의 위치, 즉 양극과 스크린과의 거리, 스크린과 음극과의 거리 등이 전류분포를 결정하는 변수 들일 것이다.

그런데 실제로 두께 5mm되는 아크릴 판으로 만든 스크린 중앙에 5×5cm의 창(개구부)을 내고 이 스크린을 음극으로부터 2cm 떨어진 곳에 설치하여 도금을 해보면 양극을 스크린에서 2cm 되는 곳에 놓았을 때와 4cm되는 곳에 놓았을 때의 전류분포가 거의 동일하였다. 또한 이 때의 음극 전류밀도를 계산해 본 결과 스크린의 개구부의 크기와 음극-스크린 간의 거리가 고정되어 있으면 양극의 위치나 크기가 음극의 전류분포에 영향을 미치지 못함을 알 수 있었다. 한편 음극과 스크린 간의 거리를 변화시키

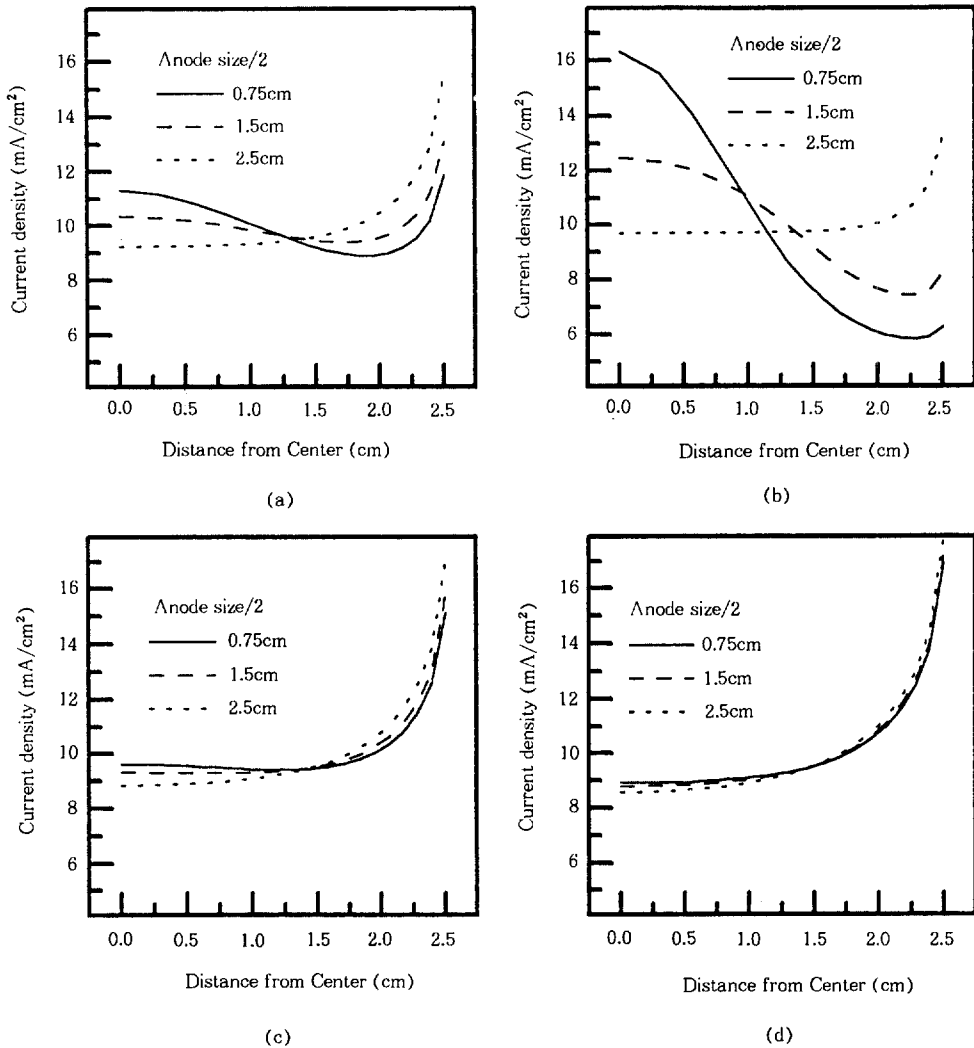


Fig. 4. The effect of the anode size and the distance between electrodes on current distributions on the cathodes. a) distance between electrodes : 2cm. b) distance between electrodes : 1cm. c) distance between electrodes : 3cm. d) distance between electrodes : 4cm.

거나 스크린 개구부의 크기를 변화시키면 음극에서의 전류밀도 분포는 크게 달라진다. 이 계산 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 이 결과는 크기가 각각 5×5cm인 양극과 음극 사이에 두께 1mm인 스크린을 설치하는데, 스크린과 양극 사이의 거리를 2cm로 고정된 상태에서 음극-스크린 거리를 1cm에서 4cm까지, 스크린 개구부의 크기를 1.5cm에서 5cm까지 변화시키면서 계산

하여 얻은 것이다. Fig. 5의 결과는 Fig. 4의 결과와 매우 흡사하다. 즉 스크린 개구부의 크기를 줄이는 것은 스크린이 없는 도금조에서 양극의 크기를 줄이는 것과 같이 음극 면의 중심부 가장자리 부위로의 전류집중을 완화시키게 된다. 이 효과는 Fig. 5 b)에서 보는 것처럼 스크린과 음극 사이의 거리가 가까울수록 현저하게

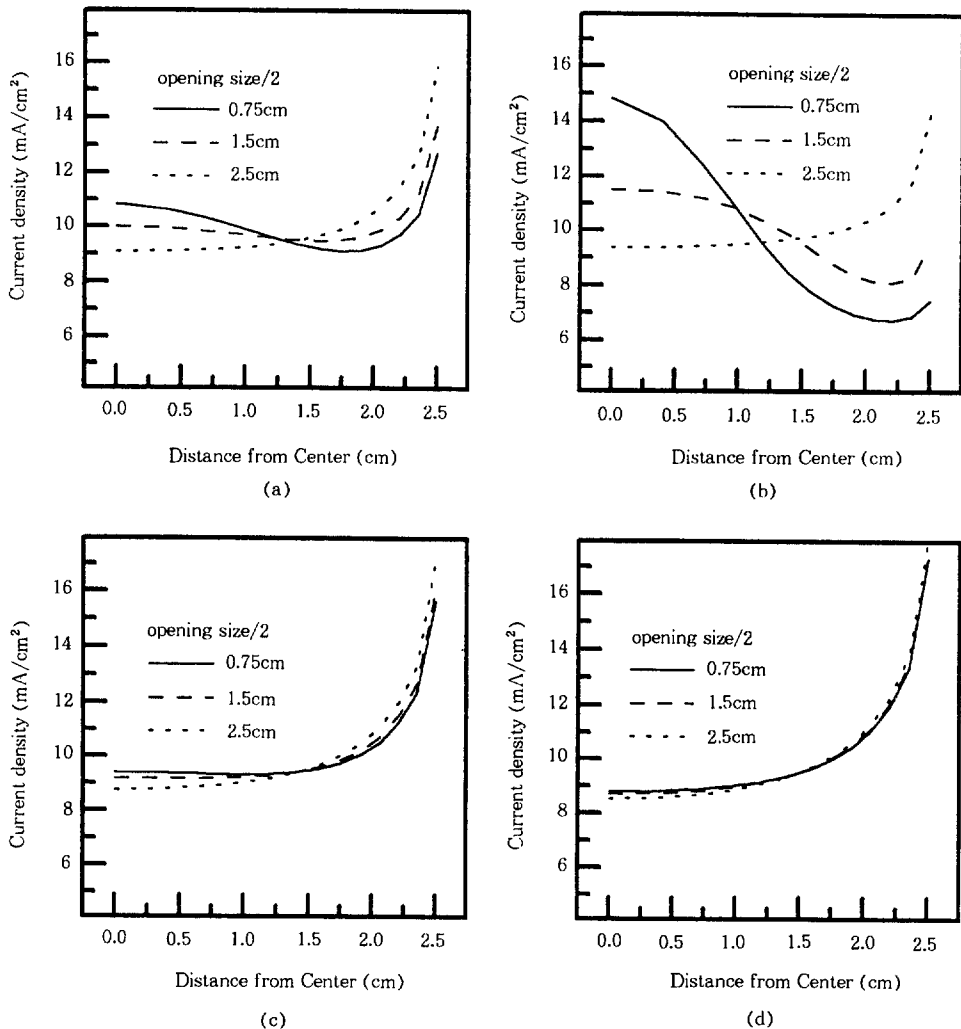


Fig. 5. The effect of the opening size and the distance between screen and cathode on current distribution on the cathodes. a) distance between screen and cathode : 2cm. b) distance between screen and cathode : 1cm. c) distance between screen and cathode : 3cm. d) distance between screen and cathode : 4cm.

나타나고 거리가 4cm 이상이 되면 그 효과가 거의 없어지게 된다. 이러한 결과들로부터 음극면에서의 전류분포는 음극과 스크린 사이에 있는 용액 중에서의 전장 형태에 의해서 결정되며, 그 형태는 스크린 개구부에 양극을 놓은 것과 같을 것이라는 생각을 할 수 있다.

4.2 계산과 실험 결과의 비교

지금까지의 계산 결과 중, 양극과 음극이 각각

5×5cm이고 두 전극의 중간에 음극으로부터 2cm, 양극으로부터 2cm 떨어진 위치에, 개구부의 크기가 1.5cm인 스크린을 설치한 경우의 계산 값과 실제 도금했을 때의 결과를 비교하여 Fig. 6에 나타내었다. 음극의 중앙에서 중심선을 따라 x축 방향으로 이동하며 측정된 전류밀도 측정결과는 계산 결과와 경향은 같지만 실험에서의 전류밀도가 계산 값보다 더 크게 되었으며 음극 전면에 걸쳐 평균 전류밀도인 10mA/cm²보다 큰 전류가

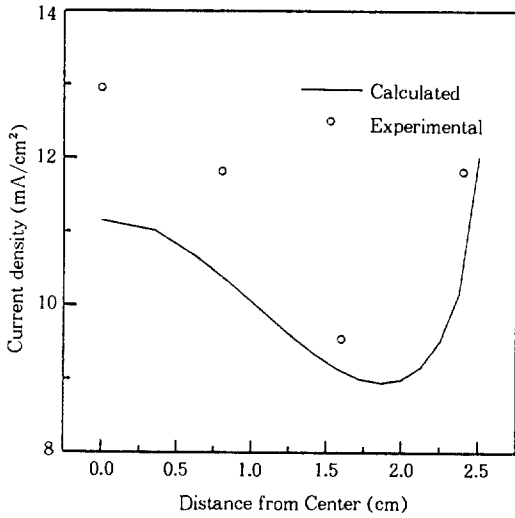


Fig. 6. The current distributions on the cathode in the cell with screen. the size of the cathode and the anode : 5 × 5cm the opening size in the screen : 1.5 × 1.5cm screen-cathode distance : 2cm.

홀렸다. 이러한 차이는 도금조를 2차원으로 다루어 계산했기 때문일 것이다. 이차원 계산에서는 음극의 y축 방향, 즉 세로방향으로는 전류밀도가 동일하다고 가정하고 x축(가로)방향으로만 전류밀도가 달라지는 것을 계산한다. 그러나 실제 도금을 할 때는 음극의 y축 방향으로도 전류밀도의 차이가 있게 되며, 이 그림에서처럼 음극의 중심부로 전류가 집중될 때는 y축 방향에서도 중앙으로 전류가 집중되었을 것이다. 그러므로 y축 방향에서의 전류집중을 무시하고 2차원적으로 전류밀도분포를 계산하였을 때는 실제 실험에 비해 중심부의 전류밀도가 작아질 것이다. 이 결과는 전극이 2차원 평면이라고 해도 그 평면 상의 위치에 따른 전류밀도분포 즉 도금 두께를 정확히 알기 위해서는 3차원 계산을 해야 함을 말해 주는 것이다. 2차원적으로 계산을 하게 되면 전류밀도의 절대값은 달라지지만 위치에 따른 변화 양상은 같기 때문에 전류밀도분포에 미치는 도금조의 기하학적 인자의 영향을 알아보려는 이 연구에서는 2차원 계산법을 그대로 적용하였다.

Fig. 4와 5의 계산 결과들이 거의 같으므로 스

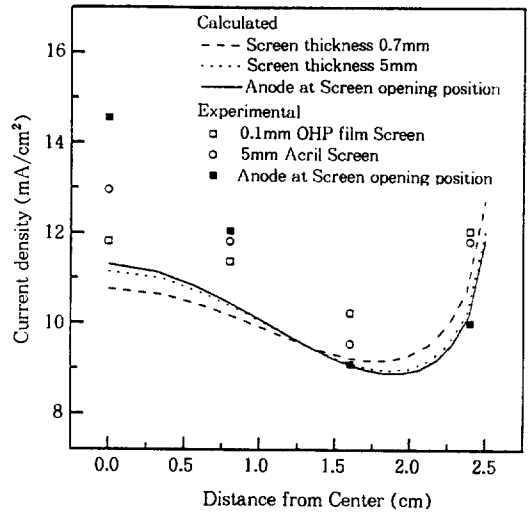


Fig. 7. The current distribution on the cathodes. The opening size of the screen is 1.5 × 1.5cm and the size of the anode is 5×5cm in the cells with the screen. The anode of the cell without screen has the dimensions of 1.5 × 1.5cm.

크린을 설치한 것은 그 개구부와 같은 크기의 양극을 그 위치에 설치한 것과 같은 효과를 보일 것이라고 하였다. 그러나 두 그림을 자세히 보면 작은 양극을 직접 설치한 경우(Fig. 4-b)에 스크린을 사용한 경우(Fig. 5-b)보다 음극 중심에서의 전류밀도가 더 크다. 또한 스크린을 설치한 경우라도 스크린의 두께가 1mm일 때(Fig. 5-a의 실선)와 두께가 5mm일 때(Fig. 6의 실선)의 계산 결과가 작기는 하지만 차이를 보인다. 이를 확인하기 위해 계산 결과와 실험 결과를 종합 비교한 것이 Fig. 7이다. 이것은 Fig. 6의 결과와 함께, 그것과 같은 조건이지만 스크린의 두께를 0.1mm로 줄여서 실험한 결과(□), 스크린의 두께를 0.7mm로 하여 계산한 결과(굵은 점선), 크기가 1.5cm인 양극을 개구부에 설치하여 계산한 결과(실선) 및 실험치(■)를 나타내고 있다. 여기서 스크린의 두께를 얇게 할 때 실험 시의 두께는 0.1mm이었으나, 두께가 이처럼 얇으면 경계요소법에서 절점을 구할 때 오차가 커지므로 두께를 0.7mm로 하여 계산하였다. 이 그림에서 실험 결과가 계산치

에 비해 전반적으로 큰 전류밀도를 나타내는데 이 것은 앞에서 말한 바와 같이 3차원적 전류분포를 2차원 분포로 계산했기 때문이다. 하지만 그 분포 경향은 계산 결과와 일치하여, 양극을 직접 사용한 경우 음극 중앙으로의 전류집중이 심해지고 얇은 스크린을 사용하면 전류 집중이 완화되어 전체적으로 더 균일해 진다.

5. 고 찰

Fig. 2에서와 같이 음극과 양극 사이에 스크린이 설치되어 있으면 양극에서 나온 전류가 음극 쪽으로 갈 때 스크린의 개구부를 통해 집중되었다가 다시 음극 쪽으로 퍼져 나간다. 스크린을 설치했을 때와 스크린의 개구부에 양극을 놓았을 때의 음극전류분포가 달라지는 것은 스크린을 사용할 때 Fig. 2의 A-E면에서의 전류밀도분포가 그 A-E면에 양극을 놓았을 때 양극 표면의 전류밀도분포와 다르기 때문일 것이다. 스크린을 사용할 경우 A-E면에서의 전류를 계산하여 Fig. 8-a)와 b)에 전류분포를 나타내었다. Fig. 8-c)는 스크린의 개구부 위치에 직접 양극을 놓은 경우로서 중앙(A)에서 가장자리(E)로 감에 따라 전류가 증가하는 하지만 증가량이 작으므로 A-B구간을 흐르는 전류와 D-E구간을 흐르는 전류가 큰 차이를 보이지 않는다. 이에 비해 0.7mm의 스크린을 사용한 경우는 Fig. 8 a)에서 보듯이 A-B, B-C, C-D구간으로 흐르는 전류는 상대적으로 작으며 총전류의 50%정도가 D-E의 구간으로 흘러 지나감을 알 수 있다. 음극 면의 중심부의 전류밀도는 A쪽을 통과하는 전류가 많을수록 커지고 가장자리 부의 전류밀도는 E쪽을 통과하는 전류가 많을수록 커지게 되므로 스크린의 개구부에 양극을 설치한 것이 스크린을 설치한 것보다 음극 면의 가운데 부분의 전류집중이 커지게 된다. 위와 같은 전류분포의 차이가 생기는 이유는 스크린을 설치한 경우에는 양극에서 나온 전류가 스크린의 개구부로 모이기 전에 양극이 있는 면

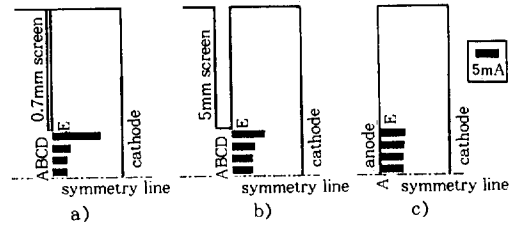


Fig. 8. Calculated current distributions at the opening plane(a, b) and the anode surface(c). a) Current distribution at the opening plane(screen thickness : 0.7mm). b) Current distribution at the opening plane(screen thickness : 5mm). c) Current distribution of the anode located at opening position.

과 스크린 사이의 용액(Fig. 2의 L-M-N-O로 둘러싸인 부분)으로 퍼졌다가 스크린에서 다시 모이게 되므로 스크린 가장자리인 E쪽으로 많은 전류가 집중되는데 반해서 개구부에 양극을 놓은 경우는 전류의 흐름이 퍼졌다가 모이는 형태가 아니라 양극에서 바로 도금조로 유입되는 형태이므로 여기서 흘러 나가는 전류가 비교적 균일하게 된다.

한편 다른 기하학적 조건이 동일하더라도 스크린이 두꺼워지면 얇을 때에 비해 상대적으로 가장자리(E)쪽으로 흐르는 전류가 감소하는 것을 알 수 있다. 이 현상은 개구부(Fig. 2에서 JOEA 부분)에서의 전기저항 때문이라고 설명할 수 있다. 즉 양극에서 나온 전류가 O-J면에 도달할 때까지는 O점 쪽으로 전류가 집중되지만 O-J면에서 A-E면 사이를 지날 때 용액의 저항 때문에 전류의 집중이 다소 완화될 것이다. 스크린의 두께가 두꺼울수록 개구부의 저항이 커지고 A-E면을 지날 때 가장자리(E)쪽의 전류집중 정도가 적어질 것이다. 이것은 전극 면의 전류분포를 생각할 때 분극저항이 커질수록 전극 면의 전류밀도 분포가 균일해지는 것과 같은 원리이다. 전해조의 부피에서 개구부(A-E-O-J로 둘러싸인 부분)가 차지하는 비율은 작더라도 그 단면적이 작아지기 때문에 여기서의 전압강하가 전해조 내의 전류분포에 영향을 미치는 것으로 설명할 수 있다.

6. 결 론

전기분해를 할 때 양극의 크기와 위치에 따라 변화하는 음극면 상의 전류밀도 분포를 2차원 경계요소법으로 계산하고 그 결과를 구리의 전기도금 실험결과와 비교하여 보았다. 계산결과에 의하면 양극의 크기가 음극면 상의 전류분포에 영향을 미치려면 음극에 가까이에 있어야 하며, 양극이 멀리 떨어져 있을 때는 음극 가까이에 절연차폐막을 설치함으로써 음극전류밀도를 조절할 수 있었다. 2차원적으로 다루어 계산해서 얻은 전류밀도 값은 실험치와 차이가 있지만 그 전류의 분포양상은 실측결과와 같아 계산 방법의 타당성을 보여주었다. 한편 두 전극사이에 전류차폐막을 사용하여 전류밀도분포를 조절할 때에는 차폐막의 개구부 크기와 차폐막-음극간 거리가 가장 큰 영향을 미치지만, 차폐막의 두께도 중요한 변수로 고려해야 함을 알 수 있었다.

후 기

이 연구는 1996년 서울대학교 연구교수연구비의 지원에 의해 이루어진 것입니다.

7. 참 고 문 헌

1. N. Ibl, "Comprehensive Treatises of electrochemistry" Vol.6, E.Yeager, J. O'M. Bockris, B. E. Conway and S. Sarangapani(Eds.) p. 239, Plenum Press, New York, 1983.
2. Reinaldo Caban and Thomas W. Chapman, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 36, 849 (1981).
3. J. A. Klingert, S. Lynn and C. W. Tobias, *Electrochimica Acta.*, 19, 237 (1964).
4. S. Medizadeh, J. O. Dukovic, P. C. Andricacos, L. T. Romankiw & H.Y.Cheh, *J. Electrochem. Soc.* 137, (1)110 (1990).
5. C. A. Brebbia, "The boundary Element Method for Engineers" 2nd ed p. 45-85 Pentech Press, London, 1980.
6. 김남석, 오화동, 강탁, 한국표면공학학회지, 28(3) 164, (1995).