

경계요소법을 이용한 음극방식하의 Pipeline 주변의 전위분포 해석

이 상 혁 · 한 정 섭*

동아대학교 공과대학 해양공학과

Analysis of Potential Distribution Around Pipeline under Cathodic Protection Using Boundary Element Method

Sang-Heog Lee, Jeong-Seb Han*

Dept. of Ocean Engineering, Dong-A University, Pusan 604-714, Korea

To analyze the potential distribution around pipeline under the cathodic protection, a numerical method is adapted for the purpose of a rational anticorrosion design. In this study, the potential distribution around pipeline was obtained by the application of BEM on the assumption that polarization characteristics of electrodes in electrolyte are linear. Although polarization characteristics in a real cell are nonlinear, the present method can be applied to such a real cell by means of linearization of polarization characteristics in each domain of potential. Mild Steel was assumed to be protected with sacrificial anode of ring and rectangular bar type of Zinc. According to the result of the calculation under 1m/s flow velocity and new painted steel, the relationship diameter of pipeline and interval of Zn is expressed as follow.

$$I = 82.83 - 0.28D + 6.19 \times 10^{-4} \cdot D^2$$

And this method can be adapted in the design process to analyze potential distribution and to determine the location of Zn.

1. 서 론

오늘날 해수에 의한 해양구조물의 부식이 중요한 문제로 대두되고 있어 기존의 도장 재료 및 도장 방법등의 개선과 함께 적절한 방식대책이 필요한 실정이다.

선박 같은 경우에는 정기적으로 입항해서 보수, 점검하는 것이 가능하므로 방식대책은 전기방식을 병행한 도장이 주로 실시되고 있다. 그

러나 강철판 안벽, 해저 유전 jacket등의 고정된 구조물은 물론이고 반잠수식 석유굴삭 rig처럼 이동이 가능한 구조물이라 할지라도 건조도크에 입항해서 보수, 점검하는 것이 곤란하므로 그 수물부에는 전기방식법이 많이 적용되고 있다.

Steel pipeline등과 같은 강구조물의 방식을 위한 전극배치는 표면에서의 전위가 Fe의 방식전위(-0.77 V vs. SCE) 이하가 되도록 하는 것이지만 전위분포 예상이 곤란한 경우 강제 표면의

평균전류 밀도를 기준으로 해서 회생양극의 배치가 결정되고 있다. 그러나 이 같은 기준에 의해 결정된 전극의 배치는 구조물의 형상이 복잡한 경우, 구조물의 구성구석에 방식전류가 충분히 도달해서 그 구조물 전체가 방식전위 이하가 되어서 방식 된다고는 보장할 수 없다. 반대로 과방식으로 인한 구조물 표면에서의 수소취성(Hydrogen Embrittlement)으로 피해를 입을 수 있다. 따라서 음극방식에 있어서 보조전극과 회생양극은 강구조물 전체 표면의 평균전류밀도를 기준으로 해서 배치되어서는 안되고 각각의 전위분포를 파악해서 강재전극 전체의 전위가 방식전위 이하가 되도록 이들의 배치가 결정되어야만 한다.

단약 구조물의 설계 단계에서 음극방식을 실시해서 구조물 주변에서의 전위분포를 해석하고 합리적인 전극의 배치를 검토할 수 있다면 회생양극 및 공급 전력의 절약뿐만 아니라 과방식으로 인한 구조물의 손상도 막을 수 있다.

회생양극을 이용한 음극방식은 전위분포를 해석함으로써 회생양극을 적절히 배치할 수 있다. 이와 같이 음극방식법이 적용된 해수중의 강구조물 표면에서의 전위분포는 구조물을 둘러싼 해수내의 전장을 해석함으로써 구할 수 있으며, 현재까지 이를 위한 많은 연구가 진행되고 있다.¹⁻⁴⁾

Waber¹⁾은 전지의 형상 및 분극특성을 단순화하는 방법으로 해석해를 구했지만, 회생양극을 방식에 사용하는 실제의 해양구조물에서는 전장의 형상이 복잡하므로 이러한 방법으로 전위분포의 해석해를 구하는 것은 극히 곤란하다.

Helle^{2,3)}는 유한요소법(Finite Element Method : FEM)을 이용해서 임의 절점의 전위를 가정하고 계산을 통해서 나온 절점의 전위가 앞서 가정한 절점의 전위와 일치할 때까지 반복계산을 행했고, 또 이렇게 구한 해가 전류의 보존법칙을 만족하는지의 여부로 절점의 전위를 구했다. 그러나 이러한 방법의 전위분포 해석은 2중

의 반복 계산이 필요하게 되므로 FEM을 이용한 30~40회의 반복 계산을 통해서만 정확한 해에 도달할 수가 있다.

본 연구에서는 경계요소법⁵⁻⁹⁾(Boundary Element Method : BEM)를 사용하고자 하는데 BEM은 Laplace 방정식으로 표현 가능한 해수내의 전장을 해석하는 경우에 FEM에 비해서 다음과 같은 장점을 가진다. 첫째, FEM에 비해서 해석하고자 하는 전장에 관한 data 입력에 필요한 노력이 적게 들고, 해를 구하는 과정에서의 반복횟수가 현저히 줄어든다. 둘째, 방식계산에 필요한 전극 표면의 전위분포만을 해석하려는 경우에도 유리하다. 셋째, 실제 구조물이 위치한 무한히 넓은 open영역의 전위분포 해석이 쉽게 된다. 그러므로 본 연구에서는 음극방식법중의 하나인 회생양극법이 적용된 pipeline 주변의 전위분포를 BEM으로 해석하고 이를 토대로 설계 단계에서부터 적절한 방식대책이 적용 가능한지를 알고자 한다.

2. BEM에 의한 전위분포 해석

전지를 이루는 전장은 다음과 같이 Laplace 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{\rho} \nabla^2 \cdot \varphi = 0 \quad (1)$$

여기서 ρ 는 비저항이다.

이와 같이 전지의 전장에서의 전위 φ 는 Laplace 방정식에 의해 지배되고 전위분포는 이 Laplace 방정식을 적당한 경계조건 아래서 해석하면 구할 수 있다.

임의의 전지에서 고려되는 경계 조건은 다음과 같다.

$$\text{기본경계조건} : \varphi(x_0, y_0, z_0) = \Phi_0 \quad (2)$$

$$\text{자연경계조건} : \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial n} + q_n = 0 \quad (3)$$

여기서 ϕ_0 는 전장의 경계상의 임의점(x_0, y_0, z_0)에서의 전위를 말하며 $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ 및 q_n 은 경계면 법선방향의 전위구배 및 전류밀도를 각각 표시한 것이다.

이러한 경계조건 뿐만 아니라 다음과 같은 사실에서도 또 하나의 경계조건이 생긴다. 전지의 전해액중에서는 anode에서 cathode를 향해서 전류가 흐른다. 이 전장에 이들 전극 외의 전류원이 없다면 anode에서 전해액속으로 흐르는 전류(anode전류) I^A 와 전해액에서 cathode를 향해서 흘러가는 전류(cathode전류) I^C 는 동일해야만 한다. 즉 다음 식과 같은 전류의 보존법칙이 성립하게 된다.

$$I^A + I^C = \int_{S^A} q_n^A \cdot ds + \int_{S^C} q_n^C \cdot ds = \int_S q_n \cdot ds \equiv 0 \tag{4}$$

여기서 s 는 전극 표면적이며 첨자 A와 C는 Anode와 Cathode를 나타낸다.

분극특성의 전위는 그 절대값이 불분명하므로 기준으로 적당한 참조전극(Reference Electrode)의 전위를 '0'으로 해서 사용한다. 본 연구에서는 포화 칼로멜 참조전극(Saturated Calomel Reference Electrode : SCE)을 '0'으로 한 전위에서의 분극특성을 고려했다. 이때 (2)식의 기본경계조건에 있는 ϕ_0 도 S.C.E.에서 고려되어야 하지만 ϕ_0 가 불명확한 값이므로 임의값 ϕ_0 를 고려해서 ϕ_0 와 ϕ_0' 와의 사이에 다음과 같은 관계가 성립하는 것으로 가정한다.

$$\phi_0 = \phi_0' - \phi_{ref} \tag{5}$$

위 식은 ϕ_0 와 ϕ_0' 와의 사이에 미지의 전위차 ϕ_{ref} 를 가지는 새로운 미지참조전극의 도입을 의미한다.

2차원 전장에서의 Laplace 방정식의 기본해는

다음 식으로 표현된다¹⁰⁾.

$$\phi^*(P, Q) = -\frac{1}{2\pi} \log r = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{r} \tag{6}$$

(r : P, Q사이의 거리)

점 P, Q가 동시에 경계상에 있는 경우에 위의 Laplace 방정식의 기본해를 경계적분 방정식으로 나타내면 다음 식과 같다.

$$\frac{1}{2}\phi(Q) = \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi(P)}{\partial n} \cdot \phi^*(P, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi^*(P, Q)}{\partial n} \cdot \phi(P) d\Gamma \tag{7}$$

윗식의 $\frac{\partial \phi(P)}{\partial n}$ 는 (3)식의 자연경계조건에서 $q_n \cdot \rho$ 이므로 경계적분 방정식은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2}\phi(Q) = \rho \cdot \int q_n(P) \cdot \phi^*(P, Q) d\Gamma - \rho \cdot \int q_n^*(P, Q) \cdot \phi(P) d\Gamma \tag{8}$$

이제 전체 경계에 대한 경계적분 방정식을 구했으므로 이것을 경계를 이루고 있는 각각의 요소에 적용될 수 있는 경계적분 방정식으로 변환시키기 위해서 경계를 N개의 경계요소(Constant Element)¹⁰⁾로 경계를 분할해서 이산화(discretization)하면 다음 식처럼 된다.

$$\frac{1}{2}\phi_i = \sum_{j=1}^N \left\{ -\phi_j \int_{C_j} q^*(\hat{P}_i, Q) d\Gamma + q_j \int_{C_j} \phi^*(\hat{P}_i, Q) d\Gamma \right\} \tag{9}$$

i : 고려하는 절점 번호(node 번호)
 j : 1~N 의 요소 번호(element 번호)

위식을 아래와 같이 치환해서 matrix의 형태로 나타내면 (10)식과 같이 된다.

$$a'_{ij} = - \int_{C_j} q^*(\hat{P}_i, Q) d\Gamma$$

$$b_{ij} = \int_{C_j} \varphi^*(\hat{P}_i, Q) d\Gamma$$

$$\vec{a} \cdot \vec{\varphi} = \vec{b} \cdot \vec{q} \quad (10)$$

여기서 2차원 전장의 계수matrix \vec{a} , \vec{b} 는 $i=j$ 와 $i \neq j$ 의 경우로 나누어서 각각 생각한다.

먼저 $i=j$ 의 경우에 있어서 \vec{a} , \vec{b} 를 구하면 (11), (12)식과 같이 된다.

$$a_{ii} = \frac{1}{2} \quad (11)$$

$$b_{ii} = \frac{L_i}{2\pi} \left(\log \frac{2}{L_i} + 1 \right) \quad (12)$$

여기서 L_i 는 element의 길이이다.

또 $i \neq j$ 의 경우에 있어서는 (13), (14)식과 같이 된다.

$$a_{ij} = -\frac{1}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (13)$$

$$b_{ij} = -\frac{1}{2\pi} [\gamma \{ \sin \theta (\log \gamma - 1) + \theta \cdot \cos \theta \}]_{\theta_1, \gamma_1}^{\theta_2, \gamma_2} \quad (14)$$

여기서 γ , θ 는 한 element의 중점과 해석하고자 하는 element의 두 node와의 사이의 거리와 사이각을 말한다.

이상과 같은 방법으로 2차원 전장에서의 계수 matrix, a_{ij} 및 b_{ij} 를 해석적으로 구하는 것이 가능하다.

이제 각각의 요소에 대한 경계적분 방정식을 구했으므로 이 방정식들을 합해서 미지량인 φ 와 φ_{ref} 의 항을 좌변으로 옮기고 나머지 값들을 column vector로 표시하면 (15)식과 같은 하나의 연립방정식이 된다. 이 연립방정식을 해결하면 2차원 전장에서 경계요소법을 이용한 전위분포 해석이 가능하게 되는 것이다.

$$\begin{bmatrix} K \\ i=1 \sim N \\ j=1 \sim N+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_N \\ \varphi_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ I_N \\ I_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

윗식의 matrix [K]는 N행, (N+1)열이 되고, 미지량은 φ_{ref} 가 더해졌기 때문에 (N+1)개가 된다. 그러나 방정식의 수는 N개 뿐이므로 (15)식의 연립방정식은 부정형이다. 여기서 φ_{ref} 에 관한 방정식으로서 (4)식의 전류의 보존법칙을 이용하면 (15)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K \\ i=1 \sim N+1 \\ j=1 \sim N+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_N \\ \varphi_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ I_N \\ I_R \end{bmatrix} \quad (16)$$

이제 윗식 좌변의 $\{\varphi\}$ 에 있는 내부 절연경계의 임의의 φ 에 (5)식의 기본경계조건 φ_0 를 대입하면 경계의 전위 φ 및 미지참조전극의 전위를 고려한 φ_{ref} 의 2개의 미지량을 동시에 해결하는 것이 가능하다.

실제 강재의 분극특성은 Fig. 1처럼 비선형이므로 위의 1차 연립방정식에 적용할 수 없다.

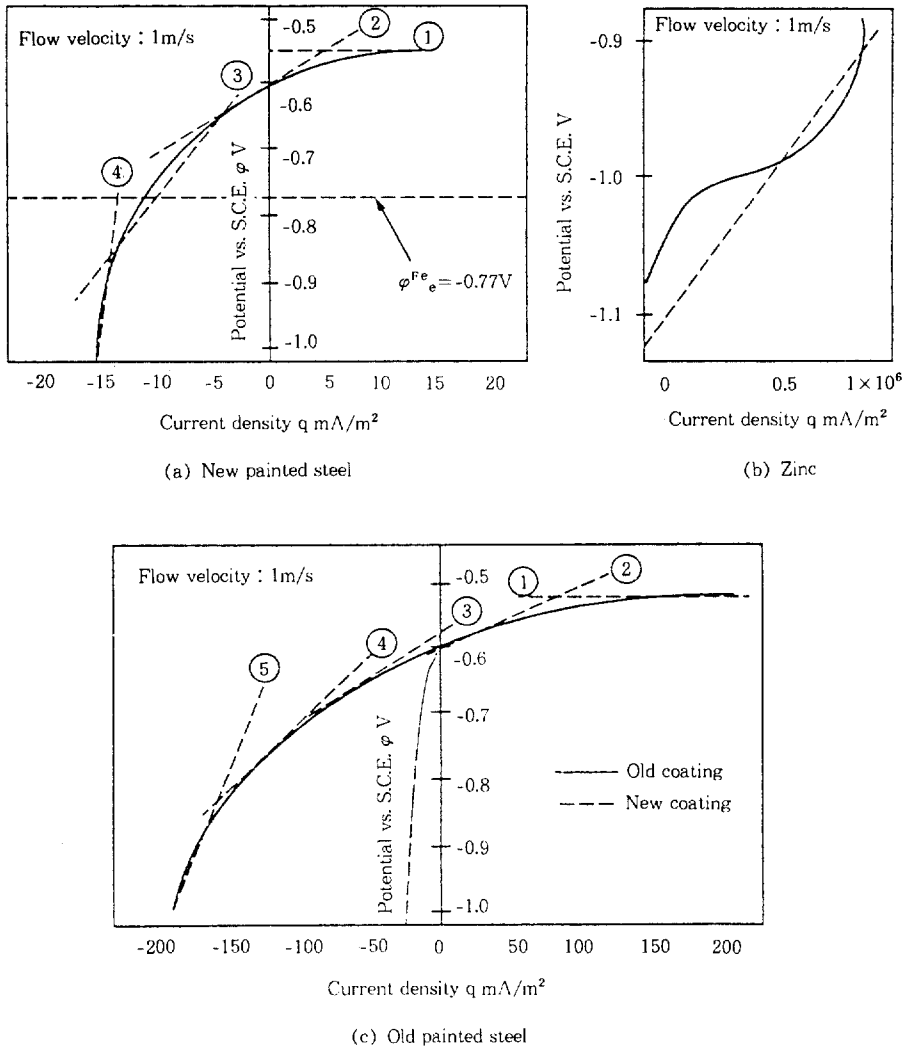


Fig. 1. Polarization characteristics of new and old painted steel and zinc³⁾.

본 연구에서는 그림에서 점선으로 표시한 것 같이 비선형의 분극특성을 4개의 직선으로 근사화해서 강재의 음극방식에 의한 전위분포의 계산에 (16)식을 적용할 수 있도록 했다. ①에서 ④까지의 각 직선은 실선으로 나타난 비선형의 분극특성을 근사화한 것으로, ϕ 의 범위를 직선의 기울기 R_p 및 ϕ 축과의 절편 ϕ_c 로 표시하면 Table 1과 같이 된다. 또 유속(1m/sec)이 작용하고 있을 때의 분극특성의 측정값과 선형화한

직선의 분극저항 R_p 와 ϕ 축과의 절편 ϕ_c 를 각각의 도장 상태에 따라서 Fig. 1³⁾과 Table 1에 나타내었다.

3. 수치계산결과 및 분석

3.1 Pipeline의 직경(D)에 따른 환형(環形)의 Zn의 부착간격

본 연구의 목적은 설계 단계에서 희생양극용

Table 1. R_p , φ_c and domain of φ in polarization characteristics

(a) New painted steel

Electrode	No.	R_p ($\Omega \cdot m^2$)	φ_c (V)	Domain of φ (V)
Cathode (Steel)	1	2.000	-0.568	$-0.570 \leq \varphi$
	2	9.799	-0.592	$-0.660 \leq \varphi < -0.570$
	3	26.957	-0.482	$-0.850 \leq \varphi < -0.660$
	4	67.660	-0.060	$\varphi < -0.850$
Anode (Zinc)	5	0.000283	-1.130	$-1.130 \leq \varphi < -0.990$

(b) Old painted steel

Electrode	No.	R_p ($\Omega \cdot m^2$)	φ_c (V)	Domain of φ (V)
Cathode (Steel)	1	0.041	-0.544	$-0.568 \leq \varphi$
	2	0.394	-0.600	$-0.628 \leq \varphi < -0.568$
	3	1.016	-0.596	$-0.700 \leq \varphi < -0.628$
	4	2.399	-0.440	$-0.840 \leq \varphi < -0.700$
	5	4.968	-0.076	$\varphi < -0.840$
Anode (Zinc)	6	0.000283	-1.130	$-1.130 \leq \varphi < -0.990$

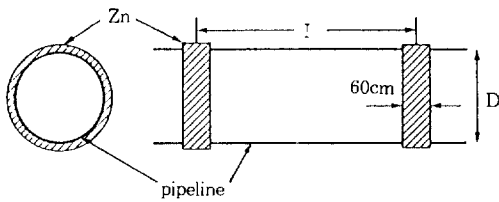


Fig. 2. Interval of zinc for sacrificial anode.

Zn의 부착간격을 결정하기 위해서 새로운 도장이 시행된 경우에 pipeline의 각 직경(D)에 따른 적절한 희생양극용 Zn의 부착간격(I)을 계산하였다.

먼저 모델화 과정에서 Zn는 Fig. 2처럼 pipeline의 길이 방향으로 적절한 위치에 환형(環形) 형태로 부착되어 있는 것으로 가정하였다. 여기서 부착간격이란 그림처럼 Zn의 중심간의 거리를 말한다. pipeline 전표면의 전위가 steel의 방식전위인 $-0.77V(SCE)$ 이하일 경우 방식되므로

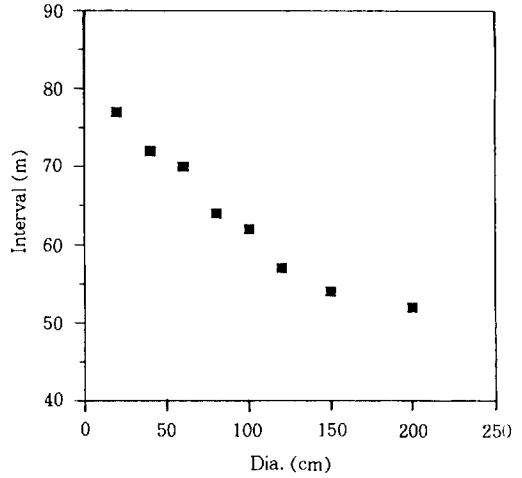


Fig. 3. Zinc interval for CP in various diameter.

표면의 최대 전위가 $-0.8V(SCE)$ 가 되는 경우의 Zn의 위치를 계산에 의해 구하였다.

수치계산의 결과는 Fig. 3과 같고, 최소자승법을 이용해서 pipeline의 diameter와 희생양극용 Zn의 부착간격 사이의 관계식을 구한 결과는 다음과 같다.

$$I = 82.83 - 0.28 \cdot D + 6.19 \times 10^{-4} \cdot D^2$$

$$(R=0.99)$$

여기서, D : pipeline의 diameter(cm)

I : 희생양극용 Zn의 부착간격(m)

이 수식을 이용하면 pipeline의 직경이 정해지고 도장이 새롭게 시행될 경우 부착할 Zn의 위치를 구할 수 있게 된다.

3.2 사각기둥 모양의 Zn를 부착한 경우 Pipeline 주변의 전위분포

Pipeline 주변의 전위분포를 해석하기 위해서 직경 60cm, 길이 160m인 pipeline를 모델로 삼았다. 이때 부착된 Zn의 크기는 Fig. 4에 나타내었다. 그리고 Zn를 길이 방향으로 pipeline에 부착시키는 것으로 계산하였다. 한개의 Zn을 a 위

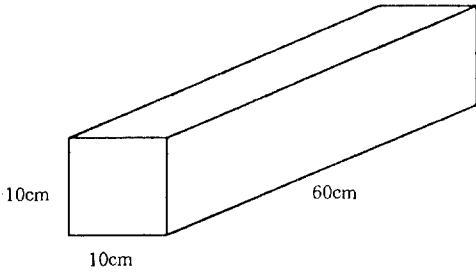


Fig. 4. Type of zinc for sacrificial anode.

치에 부착한 경우 pipeline 단면에서의 전위분포를 도장상태에 따라서 계산된 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

그림에서 보면 새로운 도장이 시행된 경우는 단면의 절반 정도가 steel의 방식전위인 $-0.77V$ (SCE) 이하의 전위분포를 보여 절반 정도가 방식됨을 알 수 있다. 그러나 낡은 도장의 경우에는 희생양극용 Zn가 부착된 부근에서만 방식이 됨을 알 수 있다. 단면의 대부분이 steel의 부식전위인 $-0.60V$ (SCE)의 분포를 나타내고 있어 새로운 도장에 Zn 2개와 5개를 pipeline 윗쪽과 아랫쪽에 번갈아가며 부착하여 계산한 전위값을 Fig. 6과 7에 나타내었다.

새로운 도장의 경우 Fig. 6에서 알 수 있듯이 pipeline에 Zn를 2개 붙인 경우에도 희생양극용 Zn를 부착한 부근만 방식됨을 알 수 있다.

그러나 Fig. 7에서 알 수 있듯이 5개의 Zn를 붙인 경우에는 pipeline의 전체표면이 steel의 방식전위 $-0.77V$ (SCE) 이하이므로 pipeline 전체가 방식상태임을 알 수 있다. 또 Fig. 6의 A-A' 단면의 전위분포에서 알 수 있듯이 한개의 Zn를 부착한 경우에는 부착한 곳의 반대편(단면에서 볼 때)에서는 방식되지 못하였으나 5개의 Zn를 부착하는 경우에는 2번째 부착한 Zn(52.5m 위치)에 의해서 첫번째 Zn를 부착한 곳의 반대편도 방식됨을 알 수 있다.

3.3 Pipeline 곡면부분에서의 전위분포

실제의 pipeline은 곡면을 가지고 있으므로

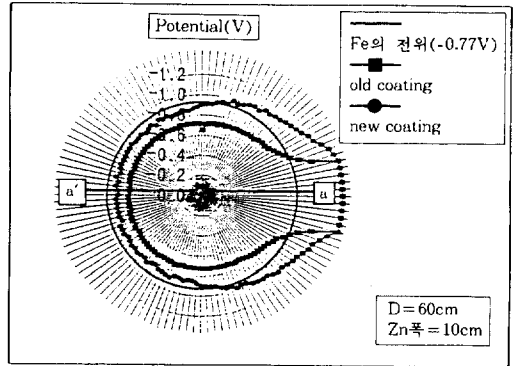


Fig. 5. Potential distribution in pipeline section of dia.=60cm.

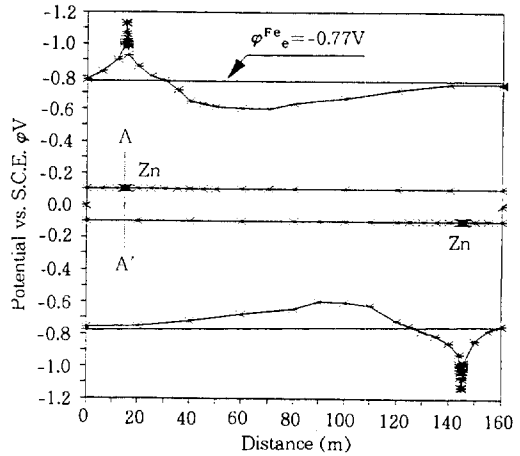


Fig. 6. Potential distribution under new paint (two zincs).

Fig. 7의 B-B' 단면에서 이 부분의 전위분포를 계산하였다. B-B' 단면은 pipeline 표면의 Zn 부착위치중 가장 긴 거리를 가지며, 단면을 자르면 타원형의 형태가 된다.

Fig. 8은 이 단면에서의 전위분포를 보여주고 있다. 그림에서 보면 곡면의 모든 부분은 steel의 방식전위 $-0.77V$ (SCE) 이하이므로 방식중임을 알 수 있다. 그러므로 직경 60cm, 길이 160m인 pipeline의 경우에 5개의 Zn를 부착함으로써 표면의 전부분이 방식됨을 알 수 있다.

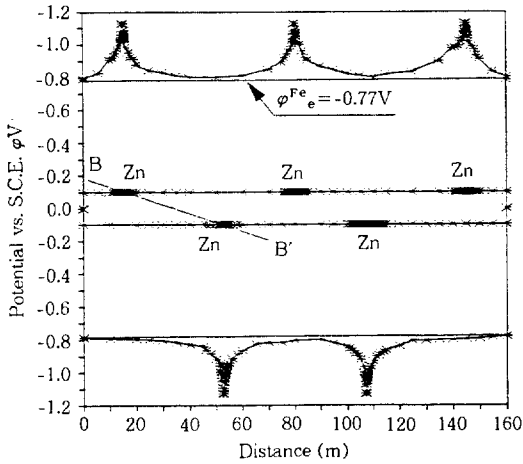


Fig. 7. Potential distribution under new paint (five zincs).

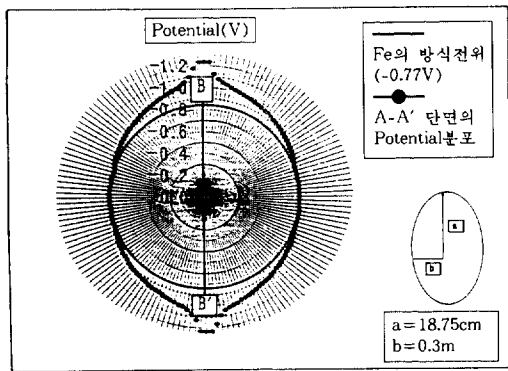


Fig. 8. Potential distribution of elliptic section(B-B').

3.4 도장 상태에 따른 전위분포

5개의 Zn 부착시 도장상태에 따른 pipeline 표면에서의 전위분포를 Fig. 9에 나타내었다.

새로운 도장 상태의 경우 pipeline의 전체 표면은 방식상태이고 낡은 도장의 경우에는 Zn 부착 부근에서만 방식되고 대부분이 부식상태임을 알 수 있다. 그러므로 낡은 도장상태의 pipeline의 방식을 위해 Zn의 부착갯수를 5, 17, 33개로 증가시켜서 방식에 필요한 Zn 갯수와 부착위치에 대해 조사하였고 그 결과를 Fig. 10에 나타내었다.

그림에서 33개의 Zn를 부착할 경우 직경 60cm,

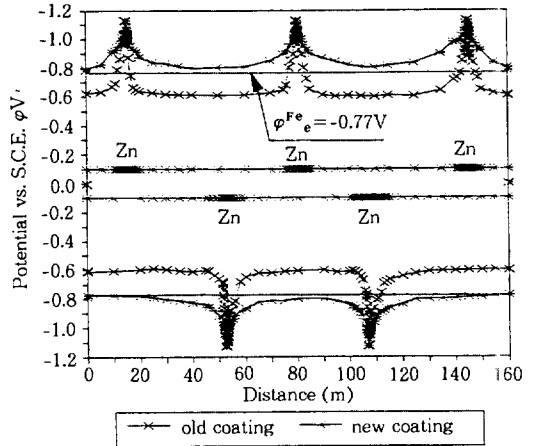


Fig. 9. Comparison of potential distribution of new and old painted steel.

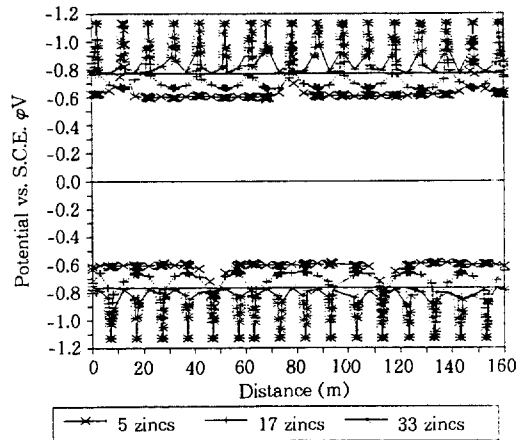


Fig. 10. Effect of number of zinc anode on potential distribution along old painted steel.

길이 160m의 낡은 도장상태 pipeline의 전표면에 걸쳐 방식이 가능함을 알 수 있었다.

이상과 같이 BEM을 사용하여 pipeline 주변의 전위를 해석하는 것이 가능하였으나 BEM에 의한 계산결과를 실제 실험에서 얻은 data와 비교 분석하는 것이 다음 단계의 연구과제로 생각된다.

4. 결 론

해양구조물이나 선박들의 방식법으로 많이 이

용되는 전기방식 대책을 설계단계에서 합리적으로 수립할 수 있는지를 알기 위해 경계요소법을 사용하여 pipeline 주변의 전위분포의 수치해석을 수행하였다. 수치해석의 결과는 다음과 같다.

1) 설계단계에서 pipeline에 새로운 도장이 시행되고 유속이 1 m/sec 인 경우, 그 방식대책으로 환형의 Zn를 부착할 경우에 Zn간의 적절한 부착간격을 계산하였고, 최소사중법에 의하여 각각의 직경에 대한 부착간격은 다음과 같은 관계식으로 나타났다.

$$I = 82.83 - 0.28 \cdot D + 6.19 \times 10^{-4} \cdot D^2$$

($R=0.99$)

여기서, D : pipeline의 diameter(cm)

I : 희생양극용 Zn의 부착간격(m)

2) 도장 상태에 따른 pipeline 주변의 전위분포를 사각기둥 모양의 Zn 부착위치와 갯수를 각각 변화시켜 계산하여 수치해석한 결과, 직경 60cm, 길이 160m의 pipeline을 모델로 했을 때 new coating인 경우에는 길이 60cm의 Zn가 5개, old coating인 경우에는 33개의 Zn가 방식에 필요함을 알 수 있었다.

3) 이상과 같이 경계요소법을 이용한 전위분포 해석법으로 pipeline 주변의 전위분포를 해석하고, 이를 이용해서 설계단계에서의 합리적인 방식설계의 가능성을 엿볼 수 있었다.

5. 참 고 문 헌

1. Waber, J. T. and B. Fagan, "Mathematical Studies on Galvanic Corrosion", Journal of the Electrochemical Society, vol. 103, No.1, p 56, Jan., (1956).
2. Helle, H. P. E., C. H. M. Beek and J. Th. Ligtelijn, "Numerical Determination of Potential Distributions and Current Densities in Multi-Electrode Systems", Corrosion-NACE, vol. 37, No. 9, p. 522, Sept., (1981).
3. Helle, H. P. E., "The Electrochemical Potential Distribution around Ships", Trans. of RINA, vol. 123, p. 253, (1981).
4. Helle, H. P. E., G. H. M. Beek and J. Th. Ligtelijn "Numerical Determination of Potential Distributions and Current Densities in Multi-Electrode System", vol. 37, No. 9, p. 522, (1981).
5. 岩田光正, 永井欣一, "電氣防食下における電位分布の数値解析—2次元有限要素法の適用", 日本造船學會論文集, 第158號, p. 587, (1985).
6. Fu, J. W. and J. S. K. Chow, "Cathodic Protection Designs Using an Integral Equation Numerical Method", Corrosion/82, March 22-26, Houston, Texas, Paper163/1, (1982)
7. DeCarlo, E. A., "Computer Aided Cathodic Protection Design Technique for Complex Offshore Structures", Corrosion/82, March 22-26, Houston, Texas, Paper165/1, (1982).
8. Cicognani, P., F. Gasparoni, B. Mazza and T. Pastore, "Application of the Boundary Element Method to Offshore Cathodic Protection Modeling", J. Electrochem. Soc., vol. 137, No. 6, p. 1689, June, (1990).
9. Yan, J. F., S. N. R. Pakalapati, T. V. Nguyen and R.E. White, "Mathematical Modeling of Cathodic Protection Using the Boundary Element Method with a Nonlinear Polarization Curve", J. Electrochem. Soc., vol. 139, No. 7, p. 1932, July, (1992).
10. Brebbia, C.A., "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press Limited, London, (1978).